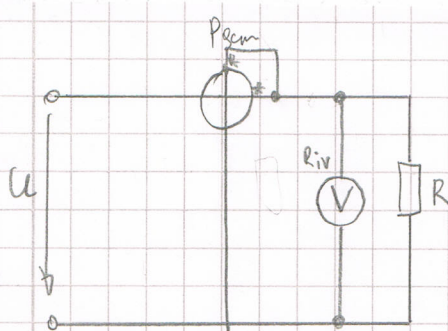


1) (25 Punkte) Grundlagen:

1a) (10 Punkte) Messmethoden

Ein ohmscher Widerstand soll durch gleichzeitige Messung von Leistung und Spannung bestimmt werden (Indirekte Methode). Zeichnen Sie dazu eine geeignete Schaltung und geben Sie die Formel zur Bestimmung des Widerstandswerts aus den Messwerten unter Berücksichtigung der systematischen Fehler durch die Innenwiderstände der Messgeräte an!



$$P = P_{gem} - \frac{U_{gem}^2}{R_{iw} \parallel R_{iv}}$$

$$R = \frac{U_{gem}^2}{P} = \frac{U_{gem}^2}{P_{gem} - \frac{U_{gem}^2}{R_{iw} \parallel R_{iv}}}$$

$$= \frac{U_{gem}^2 \cdot (R_{iw} \parallel R_{iv})}{P_{gem} \cdot (R_{iw} \parallel R_{iv}) - U_{gem}^2}$$

$$R = \frac{U_{gem}}{\frac{P}{U_{gem}} - \frac{U_{gem}}{R_{iv}} - \frac{U_{gem}}{R_{iw}}}$$

1b) (10 Punkte) Messfehler

Bestimmen Sie zu 1a) das Messergebnis sowie mittels Fehlerfortpflanzung die zugehörige Messunsicherheit für die folgenden Messwerte und Geräteangaben:

Innenwiderstand des Voltmeters: $R_{iv} = 1000 \text{ k}\Omega$

Innenwiderstand des Wattmeters, Strompfad: $R_{iA} = 100 \text{ m}\Omega$

Innenwiderstand des Wattmeters, Spannungspfad: $R_{iV} = 100 \text{ k}\Omega$

$P_{gem} = 392 \text{ W} \pm 1,5 \text{ W}$

$U_{gem} = 228,2 \text{ V} \pm 0,5 \text{ V}$

$$R = \frac{228,2^2 \cdot (1000 \text{ k}\Omega \parallel 100 \text{ k}\Omega)}{392 \text{ W} \cdot (1000 \text{ k}\Omega \parallel 100 \text{ k}\Omega) - 228,2^2} = \underline{\underline{133,04 \text{ }\Omega}}$$

$$\Delta R = \left| \frac{\partial R}{\partial P} \cdot \Delta P \right| + \left| \frac{\partial R}{\partial U} \cdot \Delta U \right|$$

$$R_v = R_{iV} + R_{iv}$$

$$= \left| \frac{-(R_v^2 \cdot U_{gem}^2)}{(P \cdot R_v - U^2)^2} \cdot 1,5 \right| + \left| \frac{2 \cdot R_v \cdot U_{gem}^3}{(P \cdot R_v - U^2)^2} + \frac{2 \cdot R_v \cdot U}{P \cdot R_v - U^2} \cdot 0,5 \right|$$

$$= \left| -0,339 \cdot 1,5 \right| + \left| 1,167 \cdot 0,5 \right| = \underline{\underline{\pm 1,082 \text{ }\Omega}}$$

1b) (9 Punkte) Messfehler

Bestimmen Sie zu 1a) das Messergebnis sowie mittels Fehlerfortpflanzung die zugehörige Messunsicherheit für die folgenden Messwerte und Geräteangaben:

Innenwiderstand des Voltmeters: $R_{iv} = 1 \text{ M}\Omega$

Innenwiderstand des Wattmeters, Strompfad: $R_{iA} = 100 \text{ m}\Omega$

Innenwiderstand des Wattmeters, Spannungspfad: $R_{iV} = 1 \text{ M}\Omega$

$P_{gem} = 432 \text{ W} \pm 1,5 \text{ W}$

$U_{gem} = 234,2 \text{ V} \pm 0,5 \text{ V}$

↑ siehe oben ↑

1c) (5 Punkte) Wie lauten die Vorsätze zur Bezeichnung von dezimalen Vielfachen und Teilen von Einheiten (von 10^{-18} bis 10^{+18} ; 10^{-2} , 10^{-1} , 10^1 und 10^{+2} nicht vergessen!).

10^{-18} - Atto

10^{18} - Exa

10^{-15} - Femto

10^{15} - Peta

10^{-12} - Piko

10^{12} - Terra

10^{-9} - Nano

10^9 - Giga

10^{-6} - Mikro

10^6 - Mega

10^{-3} - Milli

10^3 - Kilo

10^{-2} - Zenti

10^2 - Hekto

10^{-1} - Dezi

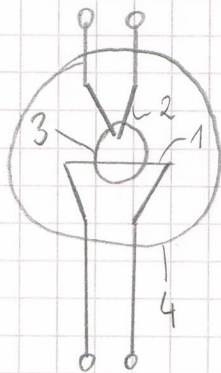
10^1 - Deko

1c) (9 Punkte) Für welche Messaufgabe werden Thermoumformer verwendet? Welche zwei Ausführungsformen (zwei unterschiedliche Messmethoden) kommen in der Praxis vor? Skizzieren Sie beide Ausführungsformen und erklären Sie jeweils das Funktionsprinzip sowie deren Vor- und Nachteile.

Ermöglicht eine genaue Messung des echten Effektivwertes des Stromes (kein Kurvenformeinfluss) bei hohen Frequenzen (GHz) bei kleinem Energieverbrauch (2-20mW).

Ausführungsformen:

indirekte Anordnung



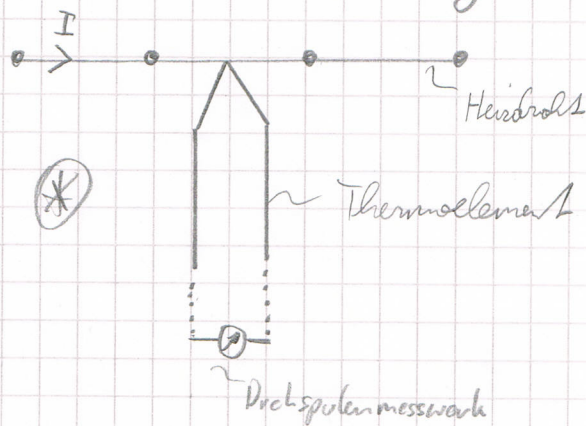
- 1... Heizleiter
- 2... Thermoelement
- 3... Glasperle
- 4... evakuierter Glaskolben

Thermoelement über el. Isolator mit guter Wärmeleitfähigkeit mit Heizer in engen Kontakt gebracht

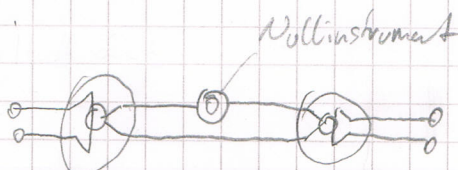
→ entstehende Temp. \approx Temp. des Heizers

- Methoden:
- Auswertmethode
 - Kompensationsmethode

direkte Anordnung



Thermoelement direkt mit Heizdraht verschweißt



→ Nullindikator zeigt Null an, wenn ein genau einstellbarer Gleichstrom den selben Wert besitzt wie der zu messende Effektivwert des Wechselstroms.

Vorteile: - Effektivwertmessung des Stromes bis zu sehr hohen Frequenzen
- geringer Leistungsverbrauch

Nachteile: - durch unterschiedliche Kennlinien muss im abgeglichenen Zustand nicht unbedingt null angezeigt werden.
- im abgeglichenen Zustand wird Messgröße belastet

Analogmethode: Flussung wird mit Drehpotentiometer gemessen
→ proportional d. Temp. am Kontaktpunkt
→ proportional d. Effektivwertes des zu messenden Stromes

1) (25 Punkte) Grundlagen:

1a) (7 Punkte) Messen

Was versteht man unter Messen? Beschreiben Sie die Begriffe Messgröße, Messwert und Messergebnis. Was sind die Voraussetzungen zur Durchführung einer Messung?

Unter Messen versteht man die quantitative Erfassung einer physikalischen Größe, der s.g. Messgröße.

Messgröße: physikalische Größe, deren Wert durch eine Messung ermittelt werden soll.

Messwert: gemessener Wert einer Messgröße

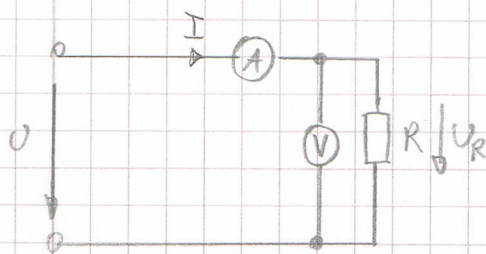
Messergebnis: Wert oder Werteverlauf aus Messwerten, der die physikalische Größe darstellt. (Kann auch aus mehreren Messwerten nach einer festgelegten Beziehung ermittelt werden).

Voraussetzungen:

- Existenz eines Zahlensystems
- Definition einer Messgröße
- Festlegung der Einheit

1b) (9 Punkte) Messmethoden

Ein ohmscher Widerstand soll durch gleichzeitige Messung von Strom und Spannung bestimmt werden (Indirekte Methode). Zeichnen Sie dazu die spannungsrichtige Schaltung und geben Sie die Formel zur Bestimmung der Impedanz aus den Messwerten an.



$$R = \frac{U_R}{I - \frac{U_R}{R_V}}$$

1c) (9 Punkte) Messfehler

Bestimmen Sie zu 1b) das Messergebnis sowie mittels Fehlerfortpflanzung die zugehörige Messunsicherheit für die folgenden Messwerte und Geräteangaben:

Innenwiderstand des Voltmeters: $R_{IV} = 1 \text{ M}\Omega$

Innenwiderstand des Amperemeters: $R_{IA} = 100 \Omega$

$$I_{\text{gem}} = 1,5 \text{ mA} \pm 0,04 \text{ mA}$$

$$U_{\text{gem}} = 3,62 \text{ V} \pm 0,02 \text{ V}$$

$$f = 100 \text{ kHz} \pm 1 \text{ Hz}$$

$$R = \frac{3,62}{1,5 \text{ mA} - \frac{3,62}{1 \text{ M}\Omega}} = 2919,17 \Omega$$

$$U = R \cdot I$$

$$R = \frac{U}{I} = U^{\alpha_1} \cdot I^{\alpha_2}$$

$$\alpha_1 = 1 \quad \alpha_2 = -1$$

$$\Delta R = \left| \frac{\partial R}{\partial U} \cdot \Delta U \right| + \left| \frac{\partial R}{\partial I} \cdot \Delta I \right|$$

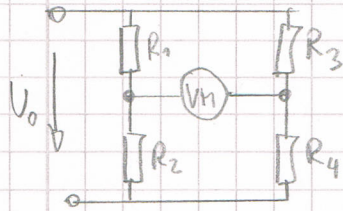
$$\Delta R = \pm R \cdot \left[1 \cdot \frac{\Delta U_{\text{gem}}}{U_{\text{gem}}} + |-1| \cdot \frac{\Delta I_{\text{gem}}}{I_{\text{gem}}} \right] = \pm 2919,17 \cdot \left(1 \cdot \frac{0,02}{3,62} + 1 \cdot \frac{0,04}{1,5} \right) = \pm 77,88 \Omega$$

1) (Σ25 Punkte) Grundlagen:

1a) (12 Punkte) Fehlerfortpflanzung

Ein unbekannter Widerstand wird mit Hilfe einer Wheatstone-Brücke bestimmt. Bestimmen Sie die Unsicherheit des Widerstandswertes mit Hilfe der Fehlerfortpflanzung.

Widerstände $R_1=1000 \Omega \pm 5 \Omega$, $R_2=1000 \Omega \pm 5 \Omega$, $R_3=1000 \Omega \pm 5 \Omega$



$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

$$R_4 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1} = R_2^{d_1} \cdot R_3^{d_2} \cdot R_1^{d_3}$$

$$L_1 = L_2 = 1 \quad L_3 = -1$$

$$\Delta R_4 = \pm R_4 \cdot \left(\left| \frac{1}{1000} \right| + \left| \frac{5}{1000} \right| + \left| -\frac{5}{1000} \right| \right) = \pm R_4 \cdot 0,015$$

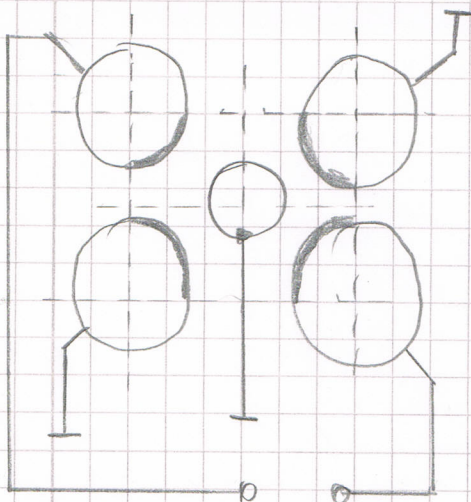
1b) (6 Punkte) Messunsicherheit

Welche zwei Arten von Messunsicherheit unterscheidet der „Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM)“? Geben Sie kurze Beschreibungen der beiden Arten an.

Systematischer Fehler: entstehen durch nichtbeachtung von im Prinzip erfassbaren Fehlern oder Umwelteinflüssen
Bei wiederholter Messung immer selber Fehler

Zufällige Messabweichung: Nicht erfassbare und beeinflussbare Umwelteinflüsse auf die zu messende Größe, auf das Messgerät und auf den Beobachter.
→ Streuung des Messergebnis um den wahren Wert

1e) (7 Punkte) Wie ist ein Kapazitätsnormal nach Thomson und Lampard aufgebaut? Welche Größen gehen in die Kapazität C ein? Bis zu welcher Betriebsfrequenz kann man solche Kapazitätsnormale sinnvoll betreiben und warum ist man auf diese Frequenz beschränkt?



$$C = \epsilon_r \cdot \frac{\ln 2}{\pi \mu_0 c^2} \cdot l = \left[\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{\ln 2}{\pi} \cdot l \right]$$

Es geht nur die Länge l ein

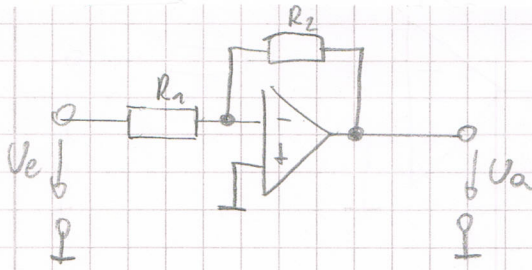
max. Betriebsfrequenz: 300 kHz

↳ bedingt durch Leitungsinduktivitäten

1) (Σ25 Punkte) Grundlagen:

1a) (15 Punkte) Fehlerfortpflanzung

Ein Spannungssignal (0 bis 100 mV) soll mit einem invertierenden Verstärker an einen AD Umsetzer mit einem Eingangsspannungsbereich von 0 bis 5 V angepasst werden. Bestimmen Sie den Unsicherheit bei der Bestimmung dieser Spannung, wenn die relativen Unsicherheiten der verwendeten Widerstände $\pm 1\%$ vom Nennwert betragen und die Offsetspannung des Operationsverstärkers im Bereich von ± 1 mV liegt. Alle weiteren Unsicherheiten können vernachlässigt werden.



$$\frac{U_a}{U_e} = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$\frac{5}{100\text{mV}} = \frac{R_2}{R_1} = 50 = V$$

$$R_2 = 50 \cdot R_1$$

$$U_a = -U_e \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

$$\Delta U_a = U_a \cdot \left(\left| \frac{1}{100} \cdot 0,01 \right| + \left| 0,01 \right| \right) = 0,0101 \cdot U_a \quad ?$$

$$\Delta U_a = U_a \cdot \left(\left| \frac{1}{100} \cdot 50 \cdot 0,01 \right| + \left| 0,01 \right| \right) = \pm 0,015 \cdot U_a \quad ?$$

1b) (10 Punkte) Welche Störeinflüsse können bei der Messung kleiner Ströme auftreten? Welche Gegenmaßnahmen können jeweils eingesetzt werden?

triboelektrischer Effekt: tritt auf wenn Leiter an Isolator reibt

Ablilfe: - Kurze Messleitungen,

• Spritzlabeled

• gegen Vibrationen schützen

Piezoeffekt: bei mech. Beanspruchung des Kristallgitters Ladungsstrom

Speicherladungen: durch Bewegung des Messaufbaus

Leichtische Absorption:

Ablilfe: - keine Materialien mit Piezo Effekt verwenden

- Vorspannung / Bewegung vermeiden

- kleine Messspannungen

- nicht in die Schaltung greifen

Elektrochemische Prozesse: Es entsteht eine Art Batterie

Ablilfe: - unverschraubte Isolatoren

- wenig Luftfeuchtigkeit

1) (225 Punkte) Grundlagen:

1a) (10 Punkte) Fehlerfortpflanzung

Bei der Produktion eines Shunts (Nebenwiderstand) für die Messung großer Ströme wurden die Standardabweichungen der geometrischen Größen sowie die des spezifischen Widerstands in einer großen Stichprobe ermittelt. Der Widerstand kann als runder Stab angenommen werden. Bestimmen Sie mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung die Unsicherheit des Widerstandswertes (unkorrelierte Unsicherheiten).

Radius $R = 0,25 \text{ cm}$ $\sigma_R = 0,05 \text{ mm}$

Länge $L = 3 \text{ cm}$ $\sigma_L = 0,1 \text{ mm}$

Spez. Widerstand $\rho = 49 \mu\Omega\text{cm}$ $\sigma_\rho = 0,1 \mu\Omega\text{cm}$

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A} = \rho \cdot \frac{l}{r^2 \cdot \pi} = \rho^{\alpha_1} \cdot l^{\alpha_2} \cdot r^{\alpha_3} \cdot \frac{1}{\pi}$$

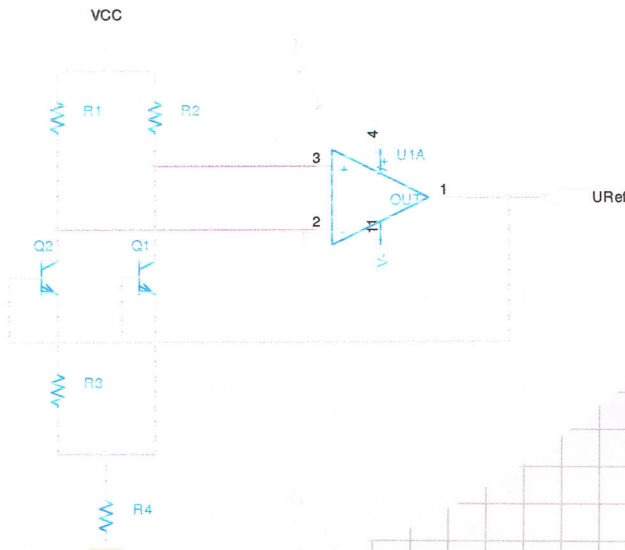
$\alpha_1 = 1 \quad \alpha_2 = 1 \quad \alpha_3 = -2$

$$\Delta R = \pm R \cdot \sqrt{\left(1 \cdot \frac{\Delta \rho}{\rho}\right)^2 + \left(1 \cdot \frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(-2 \cdot \frac{\Delta r}{r}\right)^2}$$

$$\Delta R = \pm R \cdot \sqrt{\left(\frac{0,1}{49}\right)^2 + \left(\frac{0,1}{30}\right)^2 + \left(-2 \cdot \frac{0,05}{2,5}\right)^2} = \pm R \cdot 0,0402$$

1b) (15 Punkte) Bestimmen Sie den Widerstand R_4 für die dargestellte Band-Gap Referenz (gleiche Transistoren) wenn gilt

$R_1 = 3R_2$ und $R_3 = 2 \text{ k}\Omega$ sowie $\frac{dU_{Be}}{dT} = -2 \frac{\text{mV}}{\text{K}}$. Erklären Sie zunächst kurz in Worten, wieso mit dieser Schaltung eine genaue Referenz realisiert werden kann.



$$\Delta U_{BE} = U_T \cdot \ln\left(\frac{I_2}{I_1}\right) - U_T \cdot \ln\left(\frac{I_1}{I_2}\right)$$

$$= U_T \cdot \ln\left(\frac{I_2^2}{I_1^2}\right) = U_T \cdot \ln\left(\frac{I_2}{I_1}\right)$$

$$U_T = \frac{kT}{e}$$

$$U_{Ref} = U_{BE2} + U_{R4}$$

$$U_{R4} = I_4 \cdot R_4 \rightarrow I_4 = I_1 + I_2$$

$$U_{R4} = \Delta U_{BE} \cdot \frac{4 \cdot R_4}{R_3}$$

$$I_1 = \frac{\Delta U_{BE}}{R_3}$$

$$I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{3} \Rightarrow I_2 = 3 \cdot I_1$$

$$U_{Ref} = U_{BE2} + \Delta U_{BE} \cdot \frac{4 \cdot R_4}{R_3} =$$

$$I_4 = \frac{\Delta U_{BE}}{R_3} + 3 \cdot \frac{\Delta U_{BE}}{R_3} = \Delta U_{BE} \cdot \frac{4}{R_3}$$

$$= U_{BE2} + U_T \cdot \ln\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \cdot \frac{4 \cdot R_4}{R_3}$$

$$\frac{\partial U_{ref}}{\partial U_T} \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow 0 = \frac{\partial U_{BE2}}{\partial T} + \frac{k \cdot e}{e} \cdot \ln(3) \cdot 4 \cdot \frac{R_4}{R_3}$$

$$\Rightarrow R_4 = \frac{-\frac{\partial U_{BE2}}{\partial T} \cdot R_3 \cdot e}{4 \cdot \ln(3) \cdot k}$$

$$R_4 = \frac{2m \cdot 2k \cdot e}{4 \cdot \ln(3) \cdot k}$$

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19}$$

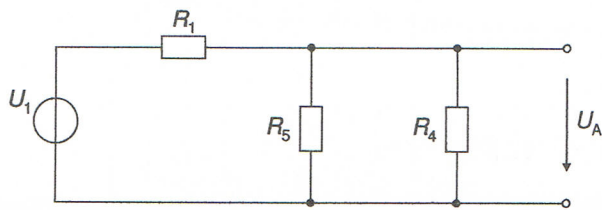
$$k = 1,3806 \cdot 10^{-23}$$

$$\underline{\underline{R_4 = 10562,09 \Omega}}$$

2) (15 Punkte) Rauschen:

Bestimmen Sie für die dargestellte Schaltung die mit einem idealen Voltmeter gemessene, auf \sqrt{B} bezogene Rauschspannung sowie die effektive Rauschspannung bei einer äquivalenten Rauschbandbreite $B = 1$ MHz und einer Temperatur $T = 300$ K. Welcher Widerstand trägt am meisten zum gesamten Rauschen bei?

$R_1 = 1000 \text{ k}\Omega$, $R_5 = 1000 \Omega$, $R_4 = 100 \text{ k}\Omega$



Variante:

1) $B = 10^7 \text{ Hz}$, $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 1000$, $R_4 = 1000 \Omega$

2) $B = 1 \text{ MHz}$, $R_1 = 1000 \Omega$, $R_3 = 100 \text{ k}\Omega$, $R_4 = 1000$

$U = 1,3806 \cdot 10^{-23}$

$$R_{ges} = R_1 + \frac{R_5 \cdot R_4}{R_5 + R_4} = 1000 \text{ k}\Omega + \frac{1 \text{ k}\Omega \cdot 100 \text{ k}\Omega}{1 \text{ k}\Omega + 100 \text{ k}\Omega} = 1000,99 \text{ k}\Omega$$

$$U_{n1} = U_{n1} \cdot \frac{R_4 \parallel R_5}{R_{ges}} = 1,28 \cdot 10^{-7} \sqrt{B} \cdot 980,09 = 1,267 \cdot 10^{-4} \sqrt{B} \cdot \frac{\text{V}}{\sqrt{\text{Hz}}}$$

$$U_{nR5} = U_{nR5} \cdot \frac{R_1 \parallel R_4}{R_{ges}} = 4,07 \cdot 10^{-8} \sqrt{B} \cdot 98099,09 = 3,68 \cdot 10^{-4} \sqrt{B} \cdot \frac{\text{V}}{\sqrt{\text{Hz}}}$$

$$U_{nR4} = U_{nR4} \cdot \frac{R_1 \parallel R_5}{R_{ges}} = 4,07 \cdot 10^{-8} \sqrt{B} \cdot 999 = 4,065 \cdot 10^{-5} \sqrt{B} \cdot \frac{\text{V}}{\sqrt{\text{Hz}}}$$

R_5 trägt am meisten zum Rauschen bei

2) Rauschen

2a) (8 Punkte) Was ist Rauschen? Beschreiben Sie kurz die verschiedenen Rauscharten. Definieren Sie Rauschleistung und Rauschfaktor.

Rauschen ist eine Störspannung (stochastische Größe) mit extrem breitem Spektrum, aber sehr kleiner Amplitude der Spektral-Komponenten.

- Thermische Rauschspannung eines Widerstands: $U_R = \sqrt{4 \cdot k \cdot T \cdot R \cdot B}$

durch Molekularbewegung

- Rauschleistung: $\overline{U_R^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot R \cdot B$; $\overline{U_R^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot R \cdot B$

- Schottky Rauschen: proportional \sqrt{f} entsteht durch statistische Schwankungen der Rekombinationsvorgänge beim fließen des Stromes in einem pn-Übergang

- Flicker Rauschen: $1/f$ Rauschen tritt immer in Verbindung mit Gleichstrom auf. Entsteht durch sprunghafte Widerstandsänderungen an der Oberfläche der Speerschichten und durch Minoritätsladungsträger

$$\overline{i^2} = k_{1/2} \cdot \frac{I_c}{I_s} \cdot \Delta f$$

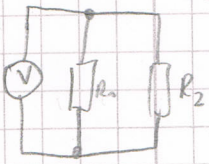
- Popcorn Rausche: (burst noise, $\frac{1}{f^2}$) durch Nebinbindungsvorgänge
(niederfrequent)

Rauschleistung: $P_R = \frac{U^2}{R} = G \cdot k \cdot T \cdot B$

Rauschfaktor: $n = \frac{P_{R1}'}{P_{R1}} = \frac{\text{reales Rauschen}}{\text{theoretisches Rauschen}}$

2b) (7 Punkte) Wie groß ist die auf \sqrt{B} bezogene Rauschspannung einer Parallelschaltung aus zwei ohmschen Widerständen $R_1 = R_2 = 100 \Omega$ bei einer Temperatur von 300 K? Wie ändert sich die Rauschspannung wenn einer der beiden Widerstände auf 100 K gekühlt wird? Geben Sie eine Interpretation der Ergebnisse an!

1. Variante



$$R_{\text{ges}} = 50 \Omega$$

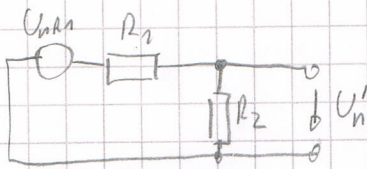
$$U_R = \sqrt{4 \cdot k \cdot T \cdot R \cdot B}$$

$$k = 1,38066 \cdot 10^{-23}$$

$$U_R = \underline{\underline{9,1 \cdot 10^{-10} \cdot \sqrt{B} \frac{V}{\sqrt{Hz}}}}$$

2. Variante Summieren der Einzelspannungen

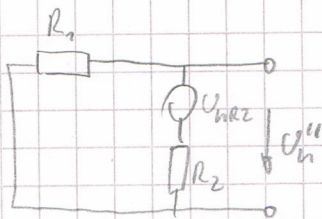
1) R_2 normal nicht



$$U_{nR1} = \sqrt{4 \cdot k \cdot T \cdot R \cdot B} = 1,28 \cdot 10^{-9} \cdot \sqrt{B}$$

$$U_n' = U_{nR1} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 0,64 \cdot 10^{-9} \cdot \sqrt{B}$$

2)



$$U_n'' = U_{nR2} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 0,64 \cdot 10^{-9} \cdot \sqrt{B}$$

$$U_n = \sqrt{U_n'^2 + U_n''^2} = \underline{\underline{9,05 \cdot 10^{-10} \cdot \sqrt{B}}}$$

→ 1 Widerstand auf 100 K:

$$U_{nR2} = \sqrt{4 \cdot k \cdot T \cdot R \cdot B} = 7,431 \cdot 10^{-10} \cdot \sqrt{B}$$

$$U_n' = U_{nR2} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 3,715 \cdot 10^{-10}$$

$$U_n = \sqrt{U_n'^2 + U_n''^2} = 7,9 \cdot 10^{-10} \sqrt{B}$$

→ Rauschspannung wird kleiner

Da die Rauschspannung unkorrelierte Signale sind und addiert werden können, wird die Gesamtrauschkurve auch kleiner wenn nur ein Widerstand gekühlt wird!

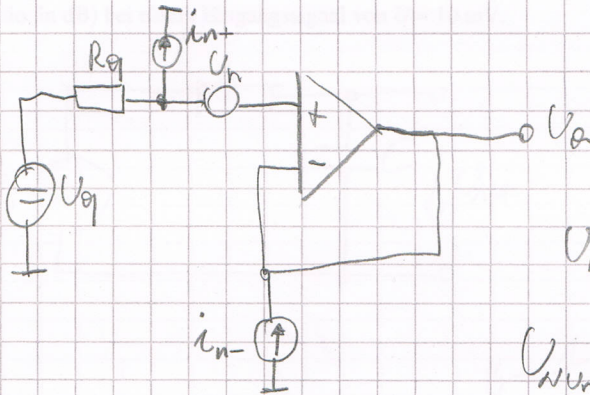
2) (15 Punkte) Rauschen:

2a) (10 Punkte) Ein Spannungssignal (Innenwiderstand $R_q = 1 \text{ M}\Omega$) soll mit einem Impedanzwandler an kleine Lastwiderstände angepasst werden. Bestimmen Sie die auf \sqrt{B} bezogene Rauschspannung bei einer Temperatur $T = 270 \text{ K}$.

Welcher Operationsverstärker ist für diese Aufgabe besser geeignet?

OPV1: $i_n = 0.01 \frac{\text{pA}}{\sqrt{\text{Hz}}}$, $u_n = 10 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}}$

OPV2: $i_n = 0.1 \frac{\text{pA}}{\sqrt{\text{Hz}}}$, $u_n = 1 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}}$



$V = 1$ $k = 1,3806 \cdot 10^{-23}$

$U_{nRq} = \sqrt{4 \cdot k \cdot T \cdot R \cdot B} = 1,22 \cdot 10^{-7} \cdot \sqrt{B}$

$U_{nUn} = 10 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}} \cdot \sqrt{B}$

OPV1:

$U_{nUn+} = i_n \cdot R_q \cdot \sqrt{B} = 10 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}} \cdot \sqrt{B}$

$U_{nUn-} = 0$ weil $R = 0$

$U_{nRq}' = V \cdot U_{nRq}$

$U_{nUn}' = V \cdot U_{nUn}$

$U_{nUn+}' = V \cdot U_{nUn+}$

$U_{nR}' = \sqrt{U_{nRq}'^2 + U_{nUn}'^2 + U_{nUn+}'^2}$

$U_{nR}' = 1,228 \cdot 10^{-7} \cdot \sqrt{B}$

OPV2:

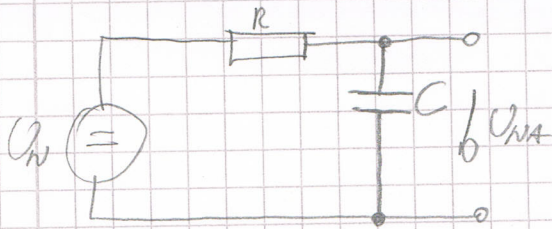
$U_{nUn} = 1 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}} \cdot \sqrt{B}$

$U_{nUn+} = 100 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}} \cdot \sqrt{B}$

$U_{nR}' = 1,577 \cdot 10^{-7} \cdot \sqrt{B}$

\Rightarrow OPV1 ist besser geeignet!

2b) (5 Punkte) Am Ausgang des (gewählten) Operationsverstärkers aus 2a) wird ein RC Tiefpass mit $R=10\text{ k}\Omega$ und $C=100\text{ pF}$ nachgeschaltet. Berechnen Sie die effektive Rauschspannung am Ausgang des Tiefpasses sowie das SNR (Signal to Noise Ratio, in dB) bei einem Eingangssignal von $U = 10\text{ mV}$.



$$B = f_g \cdot \frac{\pi}{2}$$

$$\tau = R \cdot C$$

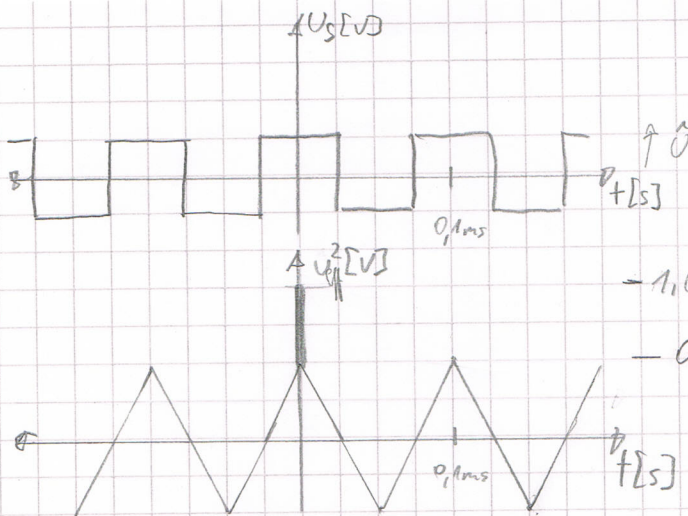
$$f_g = \frac{1}{\tau}$$

$$B = \frac{1}{\tau} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{1}{R \cdot C} \cdot \frac{\pi}{2} = 1,5708\text{ MHz}$$

$$U_{\text{NRRC}} = U_N \cdot \sqrt{B} = 1,228 \cdot 10^{-7} \cdot \sqrt{1,5708 \cdot 10^6} = 1,538 \cdot 10^{-4}\text{ V}$$

$$\text{SNR} = 20 \cdot \log \frac{U_{\text{sig}}}{U_{\text{noise}}} = 20 \log \frac{10 \cdot 10^{-3}}{1,538 \cdot 10^{-4}} = 36,25\text{ dB}$$

2b) (7 Punkte) Zeichnen Sie die Autokorrelationsfunktion für ein rechteckförmigen Quellsignal U_s ($U_s = 0\text{ V}$, $\hat{U} = 20\text{ }\mu\text{V}$) mit einer Frequenz $f_s = 10\text{ kHz}$ und überlagertem weißen Rauschen ($U_{\text{eff}} = 40\text{ }\mu\text{V}$).



$$\hat{U} = 20\text{ }\mu\text{V}$$

$$f_s = 10\text{ kHz}$$

$$T_s = 0,1\text{ ms}$$

$$U_{\text{eff}} = 40\text{ }\mu\text{V}$$

\hat{U} = Spitzenwert

ges: U_{eff} vom Rechteck

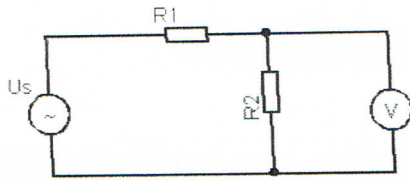
$$\text{bei } \text{sin} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$$

$$\text{bei } \square = 1 \cdot \hat{U}$$

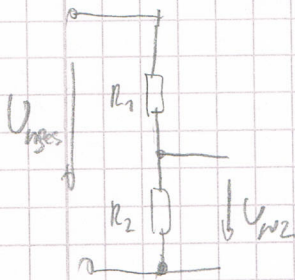
2) (15 Punkte) Rauschen: 07

2a) (7 Punkte) Bestimmen Sie für die dargestellte Schaltung die effektive Rauschspannung bei einer äquivalenten Rauschbandbreite $B = 10$ MHz und einer Temperatur $T = 300$ K.

$R_1 = 100 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$



$$k = 1,3806 \cdot 10^{-23}$$



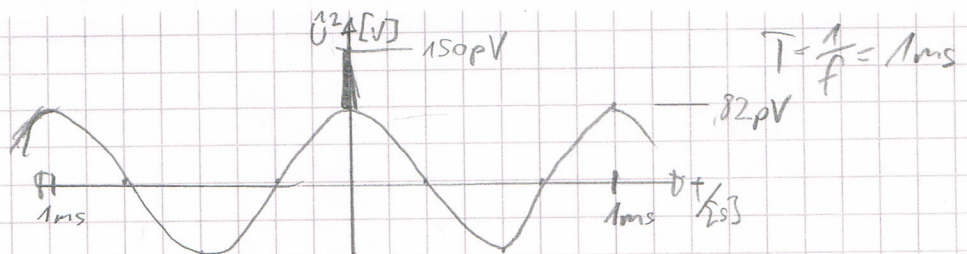
$$U_{\text{ges}} = \sqrt{4 \cdot k \cdot T \cdot R \cdot B} = \sqrt{4 \cdot k \cdot 300 \cdot 100 \text{ k} \cdot B} \\ = 92,6 \cdot 10^{-9} \cdot \sqrt{B}$$

$$\frac{U_{\text{ges}}}{U_{n2}} = \frac{R_1 + R_2}{R_2}$$

$$\Rightarrow U_{n2} = \frac{U_{\text{ges}} \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 3,88 \cdot 10^{-9} \cdot \sqrt{B}$$

$$B = 10 \text{ MHz}: \quad \underline{\underline{= 12,27 \mu\text{V}}}$$

2b) (8 Punkte) Zeichnen Sie die Autokorrelationsfunktion der bei der obigen Schaltung gemessenen Spannung für ein sinusförmiges Quellsignal U_s mit einer Amplitude von $100 \mu\text{V}$ und einer Frequenz $f_s = 1000$ Hz unter Berücksichtigung des unter 2a) bestimmten Rauschens.

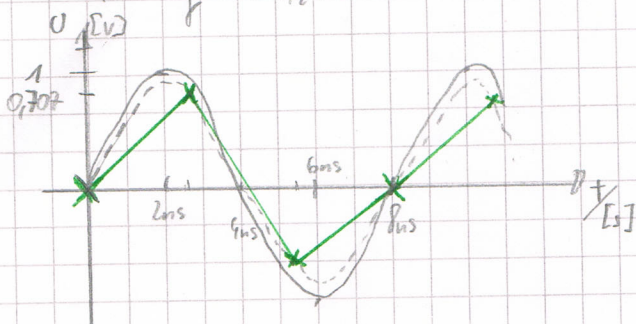


3c) (6 Punkte) Mit einem digitalen Speicheroszilloskop mit einer Analogbandbreite von 120 MHz und einer maximalen Abtastrate von 360 MS/s wird ein Sinussignal mit einer Amplitude von 1 V und einer Frequenz von 120 MHz gemessen. Skizzieren Sie das Schirmbild. Wie könnte die Darstellung verbessert werden?

$$f_A = 360 \text{ MS/s} \quad B = 120 \text{ MHz} \quad U_s = 1 \text{ V} \quad f_s = 120 \text{ MHz}$$

Abtastung: $\frac{360 \text{ MS/s}}{120 \text{ MHz}} = 3 \text{ Punkte/Periode}$ $U_{eff} = \frac{U_s}{\sqrt{2}} = 0,707 \text{ V}$

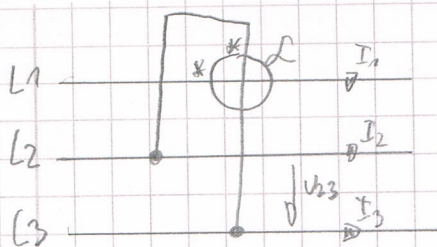
$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{120 \text{ MHz}} = 8,3 \text{ ns} \approx 8 \text{ ns}$$



Verbesserung: • Subsampling (höhere Abtastrate)
• Interpolation

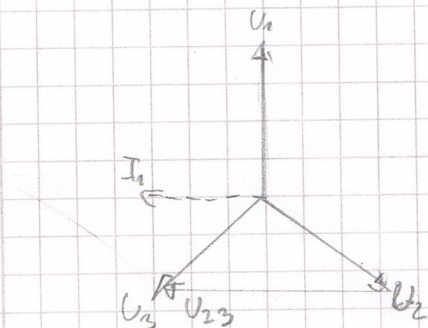
3) (215 Punkte) Leistungsmessung:

Zeichnen Sie eine Schaltung zur Messung der Blindleistung im Dreileiternetz bei symmetrischer Belastung und geben Sie eine Gleichung zur Bestimmung der Gesamtleistung an. Zeigen Sie mit Hilfe eines Zeigerdiagramms, dass durch die Schaltung die Blindleistung ermittelt wird.



90° Phasenverschiebung durch U_{23}
 $\downarrow U_{23}$ um $\sqrt{3}$ größer als U_s

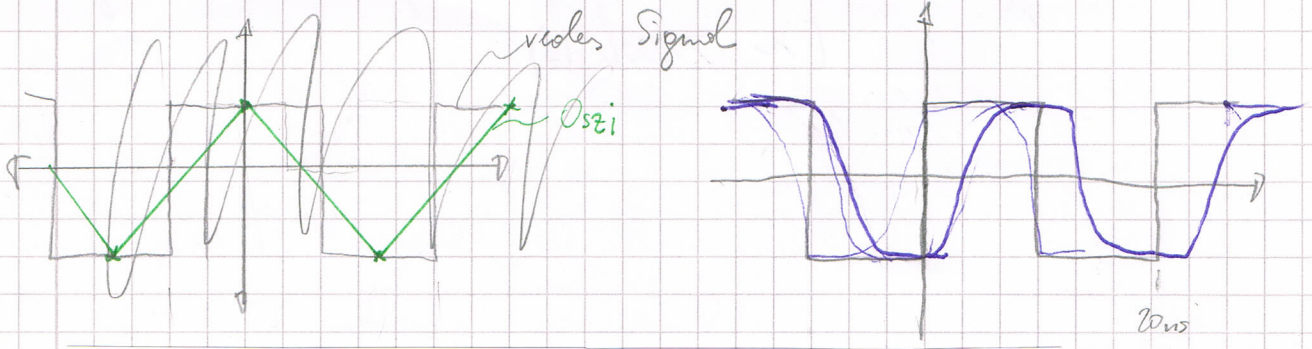
$$Q = \sqrt{3} \cdot U_{23} \cdot I_1$$



Wenn $\text{z.B. } \varphi(I_1) = \pm 90^\circ$ ist, keine Phasenverschiebung zw. U_{23} und I_1
 \Rightarrow Voltmeter multipliziert U_{23} mit I_1
 \Rightarrow keine Blindleistung

3) (Σ15 Punkte) Oszilloskop:

3a) (4 Punkte) Welches Ergebnis liefert ein Analogoszilloskop mit einer Bandbreite von 100 MHz, wenn ein Rechtecksignal mit einer Frequenz von 50 MHz gemessen wird (maßstäbliche Skizze)?



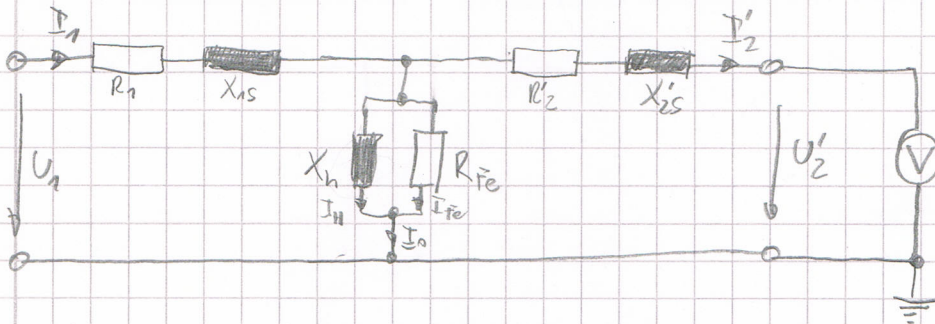
3) (Σ15 Punkte) Wandler:

3a) (4 Punkte) Was sind Wechselspannungswandler und welche Aufgaben erfüllen Sie?

nahezu im Leerlauf betriebene Transformatoren haben viele Primärwicklungen → "kleiner Strom"
 Leerlauf erfolgt durch hochohmiges Voltmeter auf der Sekundärseite
 Aufgaben:

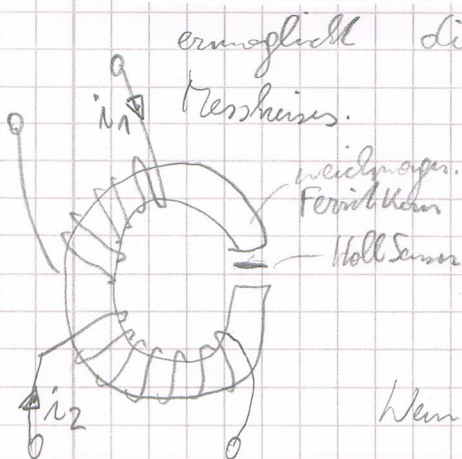
- Messbereichserweiterung (Messung großer Spannungen)
- galvanische Trennung

3b) (4 Punkte) Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild eines Wechselspannungswandlers, der sekundär durch ein Voltmeter belastet wird. Erklären Sie, ob ein hoher oder niedriger Innenwiderstand des Messgeräts günstiger für die Messgenauigkeit ist?



$R_V \gg$ ist besser für die Messgenauigkeit weil I_2' kleiner ist und somit weniger Verluste auftreten.

3c) (7 Punkte) Wie ist das Funktionsprinzip eines Kompensationsstromwandlers zur Gleichstrommessung? (Skizze des Systems mit Erklärungen). Hat dieser Stromwandlertyp eine obere und/oder eine untere Grenzfrequenz und WENN JA, wodurch wird (werden?) sie hervorgerufen?



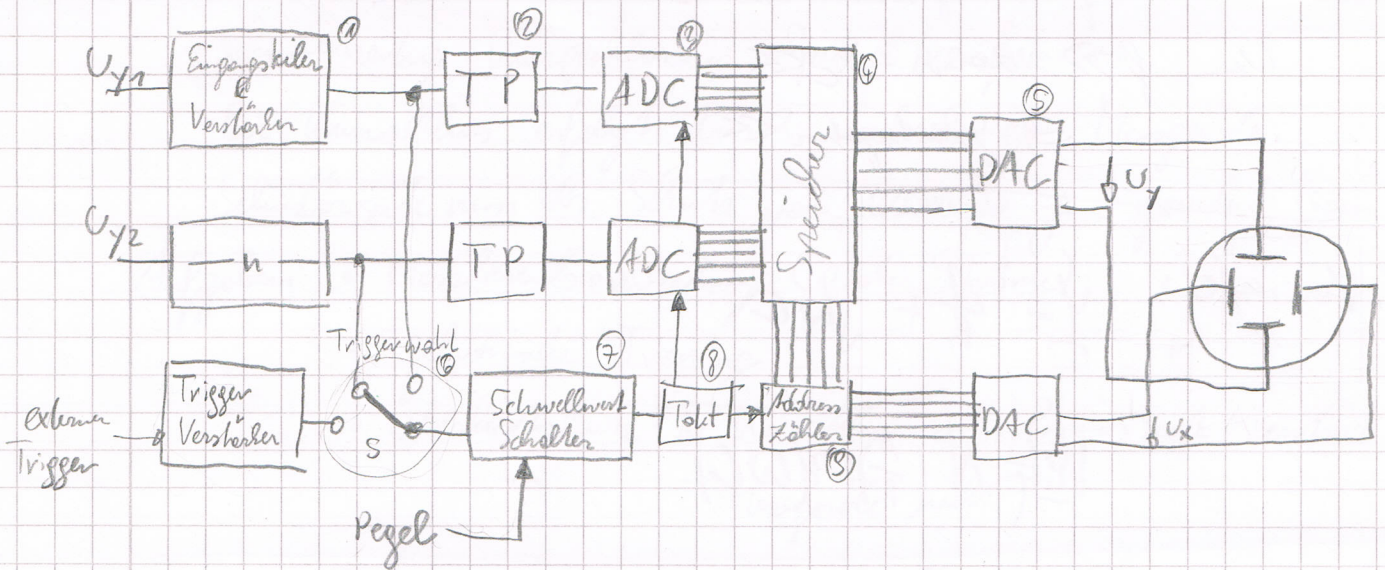
ermöglicht die Messung (nahezu) ohne Beeinflussung des Messkreises.
 es erzeugt einen magn. Fluss der mit dem Hallsensor gemessen wird. Es wird nun durch die Kompensationswicklung ein Strom geschickt der einen entgegengesetzten Fluss erzeugt
 Wenn Hallsensor = 0V $\Rightarrow I_1 = I_2$

Bericht eine obere Grenzfrequenz

⇒ durch Ausregelgeschwindigkeit des Stromreglers
($\approx 7100 \text{ kHz}$)

3) (Σ15 Punkte) Oszilloskop:

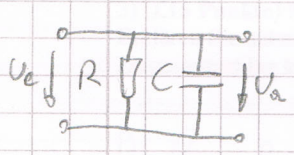
3a) (5 Punkte) Zeichnen Sie ein Blockschaltbild eines digitalen Speicheroszilloskops und beschreiben Sie (kurz!) die Aufgaben der einzelnen Blöcke.



- ① Vorwärts-/Abwärts der Eingangssignale
- ② Tiefpassfilter
- ③ Analog - Digital Wandlung
- ④ Speichern der Messwerte
- ⑤ Aufbereiten für die Anzeige
- ⑥ Auswahl der Trigger Quelle
- ⑦ Trigger Auslösung
- ⑧ Totzeit bei dem jeweils eine AD Wandlung durchgeführt wird
- ⑨ Adresse des Messwerts → Speicher zur Anordnung zum Messwert

* 3b) (4 Punkte) Ein 1:10 Tastkopf hat einen Eingangswiderstand $R = 10 \text{ M}\Omega$ und eine Eingangskapazität $C = 12 \text{ pF}$. Wie groß ist die Gesamtimpedanz dieses Tastkopfes bei $f = 1 \text{ kHz}$ und bei $f = 1 \text{ MHz}$? Interpretation

Variante 2: $C = 15 \text{ pF}$, $f = 2 \text{ kHz}$, $f = 2 \text{ MHz}$



$$Z = \frac{R \cdot X_C}{R + X_C}$$

$$X_C = \frac{1}{j\omega C} \quad \omega = 2\pi f$$

$$Z = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R}{\frac{j\omega RC + 1}{j\omega C}} = \frac{R \cdot j\omega C}{1 + j\omega RC}$$

$$= \frac{R - j\omega R^2 C}{1 + \omega^2 R^2 C^2} = \frac{R}{1 + \omega^2 R^2 C^2} - j \frac{\omega R^2 C}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

$$Z(1 \text{ MHz}) = 17,58 - j 13262 \text{ }\Omega \quad |Z| = 13262 \text{ }\Omega$$

$$Z(1 \text{ kHz}) = 6,37 - j 9,8 \text{ M}\Omega$$

Bei niedriger Frequenz ist X_C auch noch sehr groß

\Rightarrow großer Gesamtwiderstand

Wenn $f \gg$ dann $X_C \ll$

\Rightarrow Gesamtwiderstand \ll

2. Variante:

$$Z = R + j\omega C$$

$$|Z| = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2}$$

$$|Z| = \frac{1}{|Y|}$$

3) (Σ15 Punkte) Stromwandler: 07

3a) (4 Punkte) Was sind Wechselstromwandler und welche Aufgaben erfüllen Sie?

sekundärseitig kurzgeschlossener Spindeltransformator.

Der Kurzschluss erfolgt durch niederohmige Messgeräte.

Sekundärseite muss als Schutz vor Überspannung gesichert sein.

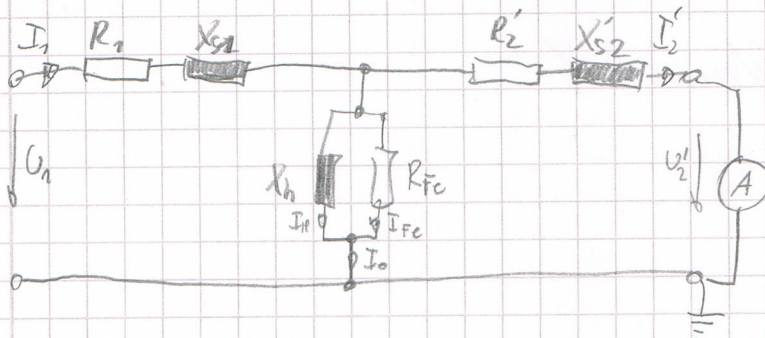
Aufgaben:

- Messbereichserweiterung (große Ströme)

- galvanische Trennung

- Überlastschutz (Kurzschluss auf Primärseite zerstört Messgeräte nicht)

3b) (4 Punkte) 07 Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild eines Wechselstromwandlers, der sekundär durch ein Amperemeter belastet wird. Was kann bei Betrieb mit offenen Klemmen an der Sekundärseite passieren (2 Effekte!)?



offene Klemmen: Widerstand der Bürde unendlich \Rightarrow sekundäre Klemmung wird sehr hoch

Effekte: - Überschlänge in der Sekundärwicklung \rightarrow Zerstörung d. Wandlers

- Falls nicht durch Überschlänge zerstört:

großer Magnetisierungsstrom \rightarrow Sättigung

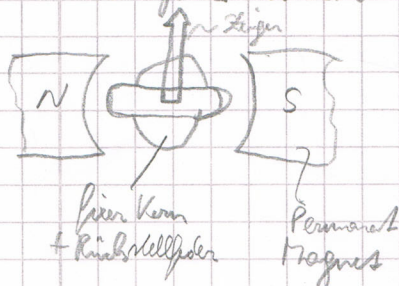
Eisenverluste steigen \rightarrow starke Erwärmung

\rightarrow thermische Zerstörung

3) (Σ15 Punkte) Messung elektrischer Größen 07

Erklären Sie anhand eines Beispiels die Funktionsweise analoger Messgeräte. Beschreiben Sie, wie und warum es zum Zeigerausschlag kommt und welche Kenngröße (z.B. Effektivwert, Gleichrichtwert etc.) der Messgröße ermittelt wird.

Drehspulmesswerk:



In radialhomogenem Magnetfeld beweglich gelagerte Spule, die an einem Spinnband aufgehängt ist.

- B durch Permanentmagnet

- Strom fließt durch Spule

\rightarrow Lorendkraft \rightarrow erzeugtes Moment $M_A \sim I$

\rightarrow wird durch Kuchstellsphäre aufgehoben

→ stabiler Eigenzustand

$$M_A = A \cdot I \cdot N \cdot B \quad M_R = I \cdot L$$

D... Federkonstante k ... Federanzschlag A ... Fläche d. Spule

$$M_A = M_R \Rightarrow I \text{ proportional } L$$

→ mit wird elektrodynamisch ein Dämpfungsmoment über Selbstinduktion erzeugt (für kleine Einschwingzeiten)

→ zeigt den arithmetische Mittelwert des Stromes an

Drehen Messwerk: Effektivwert!

3) ($\Sigma 15$ Punkte) Oszilloskop: 07

3a) (5 Punkte) Welche Geschwindigkeit v_z erreicht ein Elektron, das im Vakuum eine Potentialdifferenz von U_z Volt durchläuft:

$$v_z = \sqrt{\frac{2 \cdot U_z \cdot e}{m_e}}$$

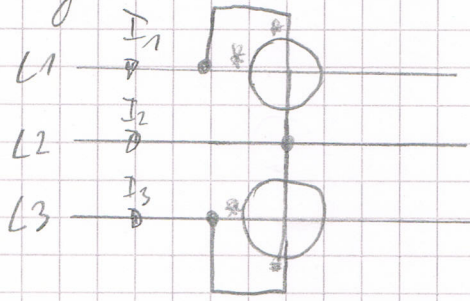
für $U_z = 10$ Volt: $v_z = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19}}{9,109 \cdot 10^{-31}}} = 1,875 \cdot 10^6 \frac{m}{s}$

für $U_z = 1000$ Volt: $v_z = 18,754 \cdot 10^6 \frac{m}{s}$

3) ($\Sigma 15$ Punkte) Leistungsmessung: 07

3a) (8 Punkte) Zeichnen Sie eine Schaltung zur Messung der Wirkleistung im Dreileiternetz (ohne Neutralleiter) bei unsymmetrischer Belastung und geben Sie eine Gleichung zur Bestimmung der Gesamtleistung an.

Aronschaltung:



$$P = C_W \cdot (\Sigma W_1 + \Sigma W_2)$$

3b) (7 Punkte) Was versteht man unter Wirkleistung? Geben Sie eine allgemeine Gleichung zur Bestimmung der Wirkleistung im Wechselstromnetz an. 07

Wirkleistung ist die el. Leistung die für die Umwandlung in andere Leistungen (mech, thermisch, chem...) verfügbar ist.

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

Wird als arith. Mittelwert über eine Periode gebildet.